

Exercice 24 Asservissements

Corrigé

REGLAGE DES MARGES DE GAIN ET DE PHASE AVEC UN CORRECTEUR PROPORTIONNEL

$$FT_{B0}(p) = \frac{k}{p(1+p+p^2)}$$

avec $k=10$

$$K = k, K_p = 1 \cdot 10 = 10$$

Calcul de $\sigma\varphi$.

$$10 = \omega \cdot \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}$$

$$\text{soit } 100 = \omega^2 \{ (1-\omega^2)^2 + \omega^2 \}$$

$$100 = (1 - 2\omega^2 + \omega^4 + \omega^2) \omega^2$$

$$100 = (1 - \omega^2 + \omega^4) \omega^2 \Rightarrow \underline{\omega = 2,21 \text{ rad/s}}$$

$$\varphi = -90^\circ - \arctan \frac{\omega}{1-\omega^2} - 180^\circ = -90^\circ - \arctan \frac{2,21}{1-(2,21)^2} - 180^\circ$$

$$\varphi = -240,36^\circ \Rightarrow \sigma\varphi = -60,36^\circ \Rightarrow \underline{\text{instable}}$$

Calcul de σG_r .

pour $\varphi = -180^\circ$

$$-90^\circ - \arctan \frac{\omega}{1-\omega^2} = -180^\circ$$

on note que pour $\omega = \omega_0$ on a -90° pour le second ordre.

donc $\sigma\varphi = -180^\circ$ pour $\omega = \omega_0 = 1 \text{ rad/s}$.

$$|H_{B0}(j\omega)| = \frac{k}{\omega \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}} = \frac{10}{1 \sqrt{(1-1^2)^2 + 1^2}} = 10$$

soit en dB. $20 \log 10 = \underline{\underline{20 \text{ dB}}}$

$$\sigma G_r = 0 - 20 \text{ dB} \Rightarrow \underline{\underline{\sigma G_r = -20 \text{ dB} \Rightarrow \text{instable}}}$$

Réglage de la marge de phase à 45°

$$\varphi = -135^\circ = -90^\circ - \arctan \frac{\omega}{1-\omega^2}$$

$$\Rightarrow 45^\circ = \arctan \frac{\omega}{1-\omega^2} \Rightarrow \frac{\omega}{1-\omega^2} = 1.$$

$$\Rightarrow 1 - \omega - \omega^2 = 0 \quad \text{soit } \underline{\omega = 0,62 \text{ rad/s.}}$$

on veut avoir une gain de 0 dB pour cette pulsation

$$\frac{k}{\omega \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}} = 1 \Rightarrow k = 0,62 \sqrt{(1-0,62^2)^2 + 0,62^2}$$
$$\Rightarrow \underline{k = 0,54}$$

Le correcteur k_p vaut donc $\frac{0,54}{10} = 0,054$
soit $\underline{k_p = -45 \text{ dB.}}$

Vérification de la marge de gain.

Pour $\varphi = -180^\circ$ $\omega = ?$

on note que ce calcul ne varie pas lorsqu'on change k
donc on a toujours $\omega = 1 \text{ rad/s.}$

$$|H_{pd}(j\omega)| = \frac{0,54}{\omega \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}} \quad \text{soit } 20 \log 0,54 =$$
$$\underline{-5,35 \text{ dB}}$$

soit une marge σ_G de $0 - 5,35 = +5,35 \text{ dB}$

Insuffisante / aux 10 dB exigés.

Réglage de la marge de gain à 10dB

on veut avoir un gain de -10dB à ω_{-180°

soit pour $\omega = 1 \text{ rad/s}$. un gain de $10^{-\frac{10}{20}} = 0,316$

$$|H_{p0}(j\omega)| = 0,316 = \frac{k}{1 \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}} = k$$

(avec $\omega = 1$)

$$\Rightarrow \underline{k = 0,316}$$

soit une k_p de $\frac{0,316}{10}$

ou encore. - 30dB

Vérification de la marge de φ .

Recherche de ω_{0dB}

$$\frac{0,316}{\omega \sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2}} = 1 \Rightarrow \omega_{0dB} = 0,333 \text{ rad/s}$$

$$\varphi = -90^\circ - \arctan \frac{0,333}{1 - 0,333^2} = -110,5^\circ$$

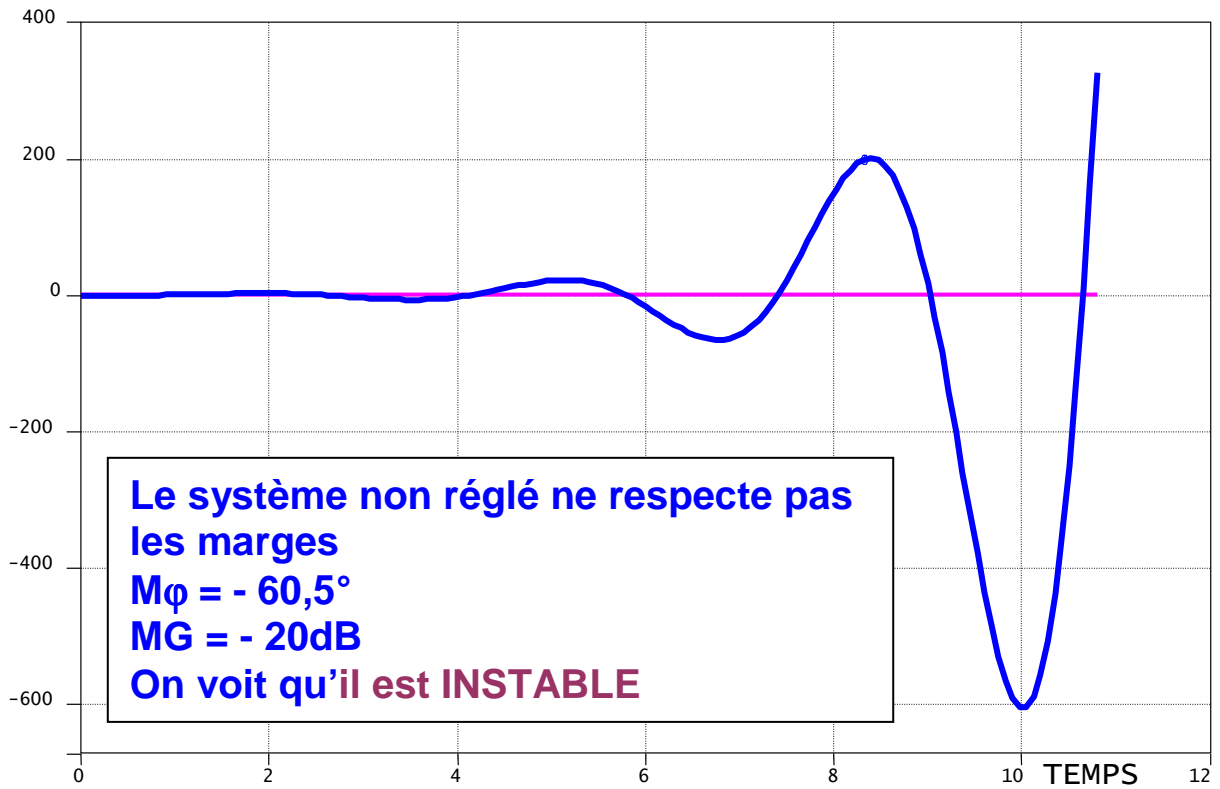
$$\Rightarrow \underline{M\varphi = -110,5 + 180^\circ \approx 70^\circ \Rightarrow \text{très stable}}$$

Le réglage qui convient est donc :

$$\boxed{H_{p0}(p) = \frac{0,316}{p(1+p+p^2)}}$$

Conclusion :

Réponse temporelle système non corrigé avec gain $K = 10$



Réponse temporelle système corrigé avec gain K variable

